LXXXIII Московская математическая олимпиада

14 марта 2020 года ⧫ 11 класс, второй день

Задача 1. Мальчик едет на самокате от одной автобусной остановки до другой и смотрит в зеркало, не появился ли сзади автобус. Как только мальчик замечает автобус, он может изменить направление движения. При каком наибольшем расстоянии между остановками мальчик гарантированно не упустит автобус, если он знает, что едет со скоростью втрое меньшей скорости автобуса и способен увидеть автобус на расстоянии не более 2 км?

Задача 2. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \pi x = [\lg \pi^x] - [\lg [\pi^x]],$$

где $[a]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее a.

Задача 3. За круглым вращающимся столом, на котором стоят 8 белых и 7 чёрных чашек, сидят 15 гномов. Они надели 8 белых и 7 чёрных колпачков. Каждый гном берёт себе чашку, цвет которой совпадает с цветом его колпачка и ставит напротив себя, после этого стол поворачивается случайным образом. Какое наибольшее число совпадений цвета чашки и колпачка можно гарантировать после поворота стола (гномы сами выбирают, как сесть, но не знают, как повернётся стол)?

Задача 4. На стороне AC треугольника ABC взяли такую точку D, что угол BDC равен углу ABC. Чему равно наименьшее возможное расстояние между центрами окружностей, описанных около треугольников ABC и ABD, если $BC = 1$?

Задача 5. Кузнечик прыгает по числовой прямой, на которой отмечены точки $-a$ и b. Известно, что a и b — положительные числа, а их отношение иррационально. Если кузнечик находится в точке, которая ближе к $-a$, то он прыгает вправо на расстояние, равное a. Если же он находится в середине отрезка $[-a; b]$ или в точке, которая ближе к b, то он прыгает влево на расстояние, равное b. Докажите, что независимо от своего начального положения кузнечик в некоторый момент окажется от точки 0 на расстоянии, меньшем 10^{-6}.

Задачи, решения, информация о закрытии

LXXXIII Московской математической олимпиады

на сайте `mccme.ru/mmo/`

LXXXIII Московская математическая олимпиада

14 марта 2020 года ⧫ 11 класс, второй день

Задача 1. Мальчик едет на самокате от одной автобусной остановки до другой и смотрит в зеркало, не появился ли сзади автобус. Как только мальчик замечает автобус, он может изменить направление движения. При каком наибольшем расстоянии между остановками мальчик гарантированно не упустит автобус, если он знает, что едет со скоростью втрое меньшей скорости автобуса и способен увидеть автобус на расстоянии не более 2 км?

Задача 2. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \pi x = [\lg \pi^x] - [\lg [\pi^x]],$$

где $[a]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее a.

Задача 3. За круглым вращающимся столом, на котором стоят 8 белых и 7 чёрных чашек, сидят 15 гномов. Они надели 8 белых и 7 чёрных колпачков. Каждый гном берёт себе чашку, цвет которой совпадает с цветом его колпачка и ставит напротив себя, после этого стол поворачивается случайным образом. Какое наибольшее число совпадений цвета чашки и колпачка можно гарантировать после поворота стола (гномы сами выбирают, как сесть, но не знают, как повернётся стол)?

Задача 4. На стороне AC треугольника ABC взяли такую точку D, что угол BDC равен углу ABC. Чему равно наименьшее возможное расстояние между центрами окружностей, описанных около треугольников ABC и ABD, если $BC = 1$?

Задача 5. Кузнечик прыгает по числовой прямой, на которой отмечены точки $-a$ и b. Известно, что a и b — положительные числа, а их отношение иррационально. Если кузнечик находится в точке, которая ближе к $-a$, то он прыгает вправо на расстояние, равное a. Если же он находится в середине отрезка $[-a; b]$ или в точке, которая ближе к b, то он прыгает влево на расстояние, равное b. Докажите, что независимо от своего начального положения кузнечик в некоторый момент окажется от точки 0 на расстоянии, меньшем 10^{-6}.

Задачи, решения, информация о закрытии

LXXXIII Московской математической олимпиады

на сайте `mccme.ru/mmo/`